Inf 431 – Cours 6

Analyse syntaxique

jeanjacqueslevy.net

secrétariat de l'enseignement:
Catherine Bensoussan
cb@lix.polytechnique.fr
Aile 00, LIX,
01 69 33 34 67

www.enseignement.polytechnique.fr/informatique/IF

Plan

1. Arbres de syntaxe abstraite (arbres binaires, termes)
2. Grammaires formelles
3. BNF
4. Arbres syntaxiques
5. Analyse récursive descendante
6. Evaluation d'expressions arithmétiques
7. Associativité

cf. les cours Automates et Calculabilité en majeure M1 pour les grammaires formelles, et Compilation en majeure M2 pour les analyseurs syntaxiques

Schéma général

Texte

$\Downarrow$

Analyse lexicale

$\Downarrow$

Flot de lexèmes

$\Downarrow$

Analyse syntaxique

$\Downarrow$

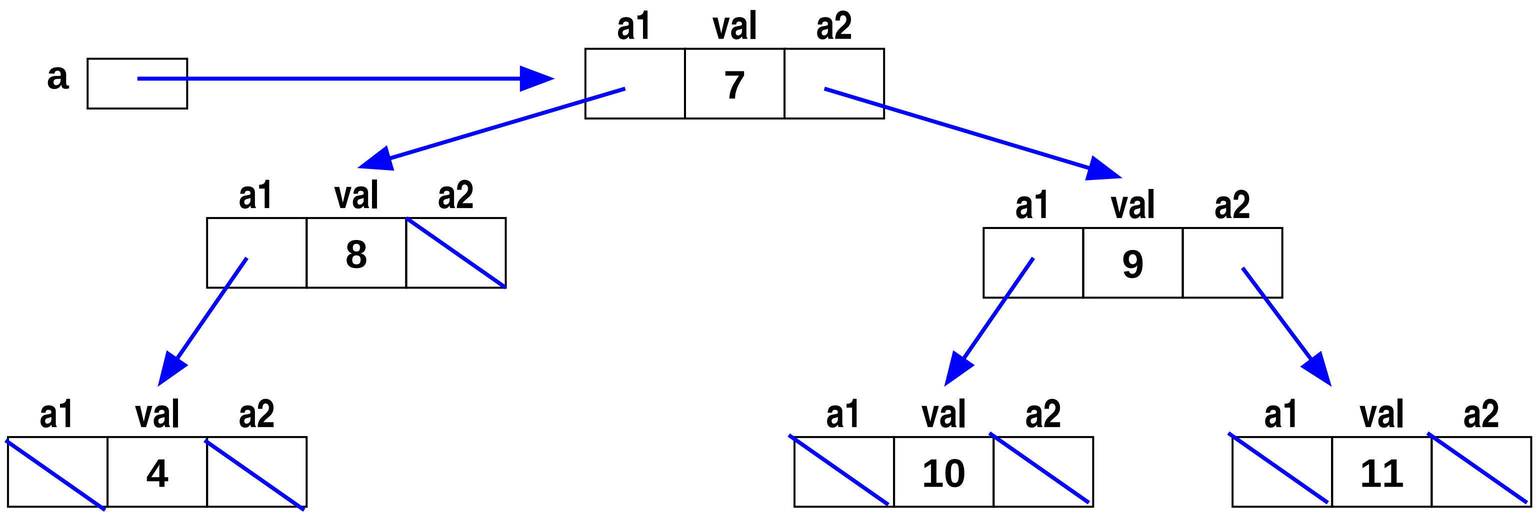
Arbre Syntaxe Abstraite (ASA)

Arbres de syntaxe abstraite

- Le texte est non structuré
- ASA = structure de donnée abstraite pour traiter un problème
- Exemples de problèmes :
  - lire/écrire des arbres binaires
  - calculer des expressions arithmétiques
  - interpréter un petit langage de commandes
  - calculer symboliquement (algèbre, logique)
  - générer du code machine (compilation)
- Exemples d'ASAs :
  - arbres binaires
  - termes représentant une expression arithmétique

Arbres binaires (1/2)

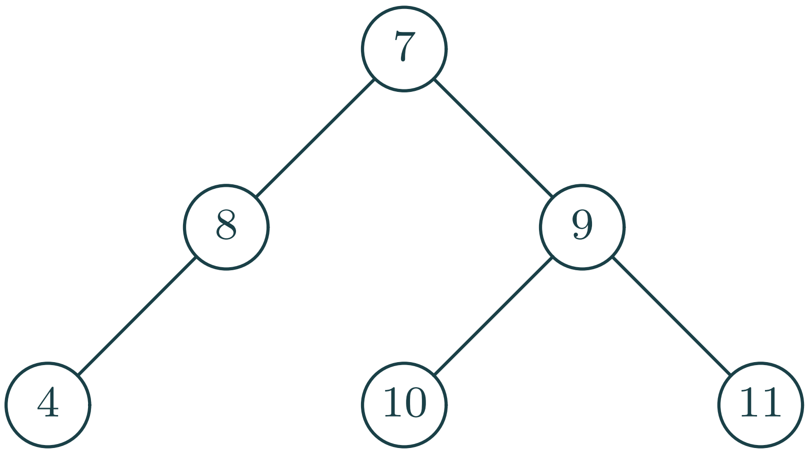
```
class Arbre {
  int val;
  Arbre a1, a2;

  Arbre (int v, Arbre a, Arbre b) {val = v; a1 = a; a2 = b; }
  Arbre (int v) {val = v; a1 = null; a2 = null; }
}
```




```
  Arbre a = new Arbre (7,
              new Arbre (8, new Arbre(4), null),
              new Arbre (9, new Arbre(10), new Arbre (11)));
```

Arbres binaires (2/2)

ou encore plus abstraitement



Surcharge – *Overloading*

- Les fonctions (et les constructeurs) peuvent être surchargées.
- Surcharge (Java) $\neq$ polymorphisme (ML)
  - Une fonction polymorphe est la même pour une collection de types de ses arguments. Exemple : l'image mirroir d'une liste (sans préciser le type de ses éléments).
  - Une fonction surchargée change de sens selon le type de ses arguments.
- Les deux notions sont statiques. Elles n'interviennent qu'à la phase de compilation (et non à l'exécution).

Les principes des langages de programmation modernes sont enseignés en majeure 1.

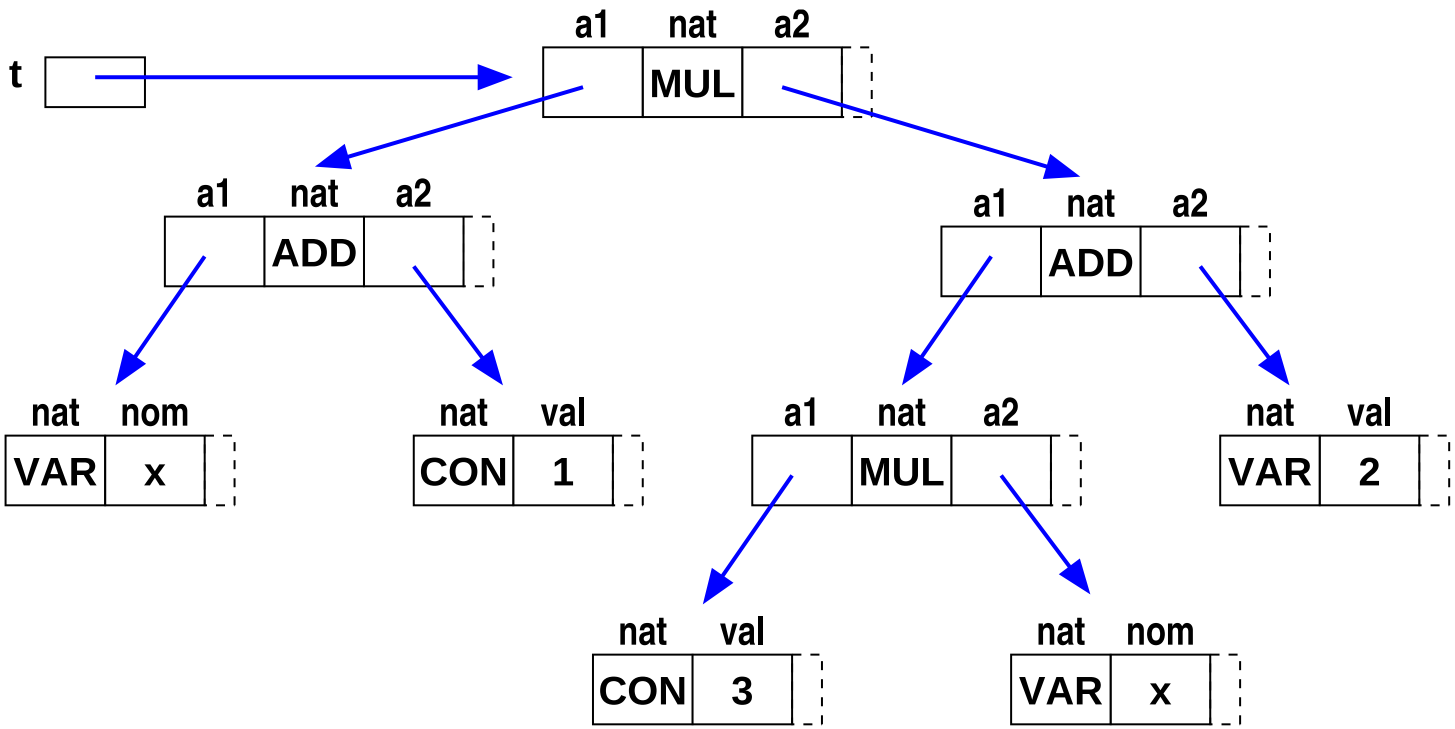
Termes (1/3)

But : calculer. Les termes sont représentés par des arbres. Par exemple :

```
class Terme {

  final static int ADD = 0, SUB = 1, MUL = 2, DIV = 3, MINUS = 4,
                   VAR = 5, CONST = 6;
  int nature;
  Terme a1, a2;
  String nom;
  int val;

  Terme (int t, Terme a) {nature = t; a1 = a; }
  Terme (int t, Terme a, Terme b) {nature = t; a1 = a; a2 = b; }
  Terme (String s) {nature = VAR; nom = s; }
  Terme (int v) {nature = CONST; val = v; }
}
```

Termes (2/3)

```
Terme t = new Terme (MUL,
            new Terme (ADD, new Terme ("x"), new Terme (1)),
            new Terme (ADD,
               new Terme (MUL, new Terme (3), new Terme ("x")),
               new Terme (2)));
```

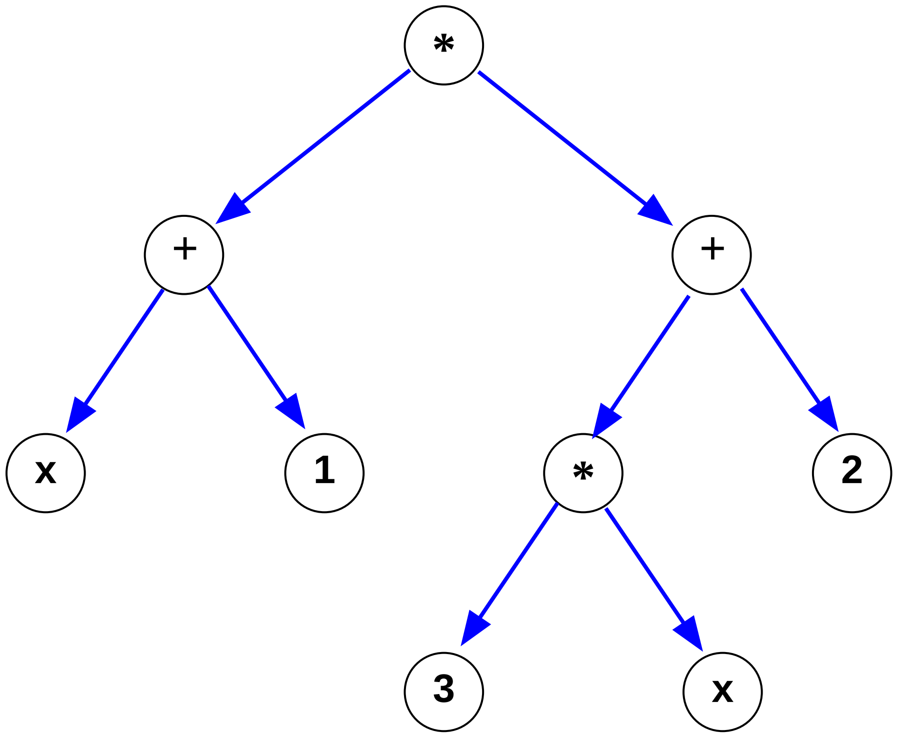


On a choisi ici de faire l'union de tous les champs. Seuls les plus significatifs figurent sur cette figure.

D'autres représentations seront vues plus tard.

Termes (3/3)

ou encore pour $(x + 1) * (3 * x + 2)$



Exercice 1 Dessiner les ASA pour les termes $x + y + z$, $x * y * z$, $x * y + z$, $x * (y + z)$, $(a + a * a) * (a * a + a * a)$.

Grammaires formelles (1/4)

On fait appel aux grammaires algébriques (*context-free*).

$G = (\Sigma, V, S, \mathcal{P})$ où

Σ alphabet terminal

V ensemble fini des variables non terminales ($V \cap \Sigma = \emptyset$)

S axiome ($S \in V$)

$\mathcal{P}$ ensemble fini de règles de productions $X_i \rightarrow w_i$ ($X_i \in V$, $w_i \in (\Sigma \cup V)^*$)

Langage reconnu par G

- $v \rightarrow v'$ implique $uvw \rightarrow uv'w$
- $u \rightarrow^* v$ ssi $u = u_0 \rightarrow u_1 \rightarrow u_2 \rightarrow \cdots u_n = v$ $(n \geq 0)$
- $L(G) = \{w \mid S \rightarrow^* w,\ w \in \Sigma^*\}$

Grammaires formelles (2/4)

Langage parenthésé

$\Sigma = \{a, b\},\ V = \{S\}$

$S \longrightarrow SS$

$S \longrightarrow aSb$

$S \longrightarrow$

Représentation linéaire d'arbres

$\Sigma = \{\texttt{[}, \texttt{]}, nb\},\ V = \{A\}$

$A \longrightarrow \texttt{[}\ A\ nb\ A\ \texttt{]}$

$A \longrightarrow$

Expressions arithmétiques 1

$\Sigma = \{\texttt{(}, \texttt{)}, \texttt{+}, \texttt{-}, *, \texttt{/}, id, nb\},\ V = \{E\}$

$E \longrightarrow E\ \texttt{+}\ E \qquad E \longrightarrow E\ \texttt{-}\ E \qquad E \longrightarrow E * E \qquad E \longrightarrow E\ \texttt{/}\ E$

$E \longrightarrow id \qquad E \longrightarrow nb \qquad E \longrightarrow \texttt{(}\ E\ \texttt{)}$

Expressions arithmétiques 2

$\Sigma = \{\texttt{(}, \texttt{)}, \texttt{+}, \texttt{-}, *, \texttt{/}, id, nb\},\ V = \{E, P, F\},\quad E$ axiome

$E \longrightarrow P\ \texttt{+}\ E \qquad E \longrightarrow P\ \texttt{-}\ E \qquad E \longrightarrow P$

$P \longrightarrow F * P \qquad P \longrightarrow F\ \texttt{/}\ P \qquad P \longrightarrow F$

$F \longrightarrow id \qquad F \longrightarrow nb \qquad F \longrightarrow \texttt{(}\ E\ \texttt{)}$

Grammaires formelles (3/4)

Langage parenthésé

$\Sigma = \{a, b\},\ V = \{S\}$

$S \longrightarrow SS$

$S \longrightarrow aSb$

$S \longrightarrow$

$$S \longrightarrow SS \longrightarrow SaSb \longrightarrow SaSSb \longrightarrow SaSb \longrightarrow SaaSbb \longrightarrow Saabb \longrightarrow aSbaabb \longrightarrow abaabb$$

$$S \longrightarrow aSb \longrightarrow aSSb \longrightarrow aSSSb \longrightarrow aSaSbSb \longrightarrow aSaSSbSb \longrightarrow aaSbaSSbSb \longrightarrow aaaSbbaSSbSb$$
$$\longrightarrow aaaSbbaSSbaSbb \longrightarrow aaabbaSSbaSbb \longrightarrow aaabbaSbaSbb \longrightarrow aaabbabaSbb \longrightarrow aaabbababb$$

a correspond à parenthèse ouvrante '(',
b correspond à parenthèse fermante ')'.

Grammaires formelles (4/4)

Représentation linéaire des arbres binaires

$\Sigma = \{[,], nb\},\ V = \{A\}$

$A \rightarrow [\ A\ nb\ A\ ]$

$A \rightarrow$

$$A \rightarrow [\ A7A\ ] \rightarrow [[\ A8A\ ]\ 7A\ ] \rightarrow [[[\ A4A\ ]\ 8A\ ]\ 7A\ ] \rightarrow [[[\ 4A\ ]\ 8A\ ]\ 7A\ ]$$
$$\rightarrow [[[\ 4\ ]\ 8A\ ]\ 7A\ ] \rightarrow [[[\ 4\ ]\ 8\ ]\ 7A\ ] \rightarrow [[[\ 4\ ]\ 8\ ]\ 7\ [\ A9A\ ]]$$
$$\rightarrow [[[\ 4\ ]\ 8\ ]\ 7\ [[\ A10A\ ]\ 9A\ ]] \rightarrow [[[\ 4\ ]\ 8\ ]\ 7\ [[\ 10A\ ]\ 9A\ ]]$$
$$\rightarrow [[[\ 4\ ]\ 8\ ]\ 7\ [[\ 10\ ]\ 9A\ ]] \rightarrow [[[\ 4\ ]\ 8\ ]\ 7\ [[\ 10\ ]\ 9\ [\ A11A\ ]]]$$
$$\rightarrow [[[\ 4\ ]\ 8\ ]\ 7\ [[\ 10\ ]\ 9\ [\ 11A\ ]]] \rightarrow [[[\ 4\ ]\ 8\ ]\ 7\ [[\ 10\ ]\ 9\ [\ 11\ ]]]$$

Long mais précis !
On peut abstraire les dérivations par un arbre de dérivations ou encore arbre syntaxique.

Arbre syntaxique (1/5)

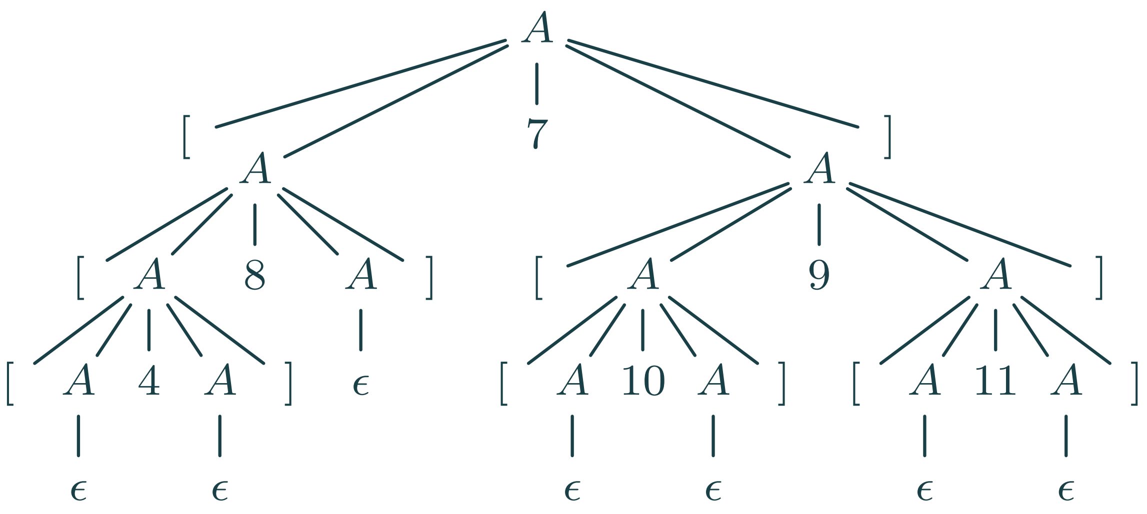
mot `[[[4]8]7[[10]9[11]]]`

grammaire $A \longrightarrow$ `[` A nb A `]` $\qquad A \longrightarrow$

arbre syntaxique

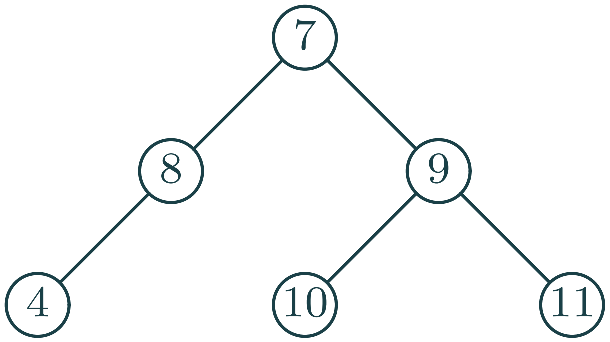
(arbre de syntaxe

concrète)



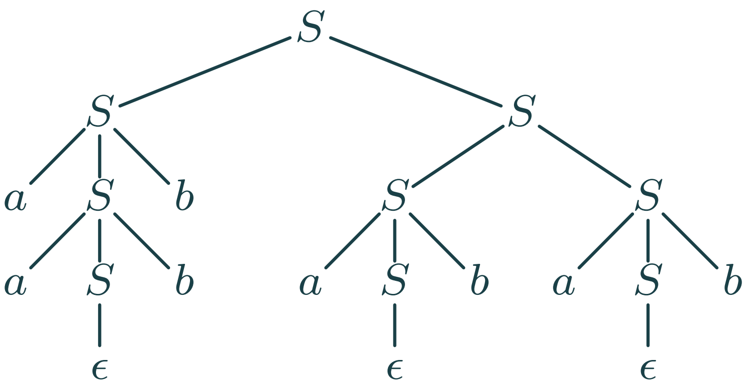
arbre de syntaxe

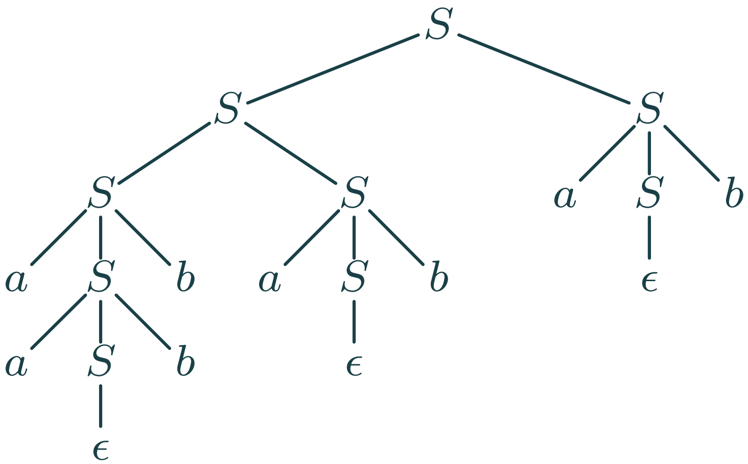
abstraite



Arbre syntaxique (2/5)

Mot $aabbabab$ Grammaire $S \rightarrow SS$ $S \rightarrow aSb$ $S \rightarrow$





etc.

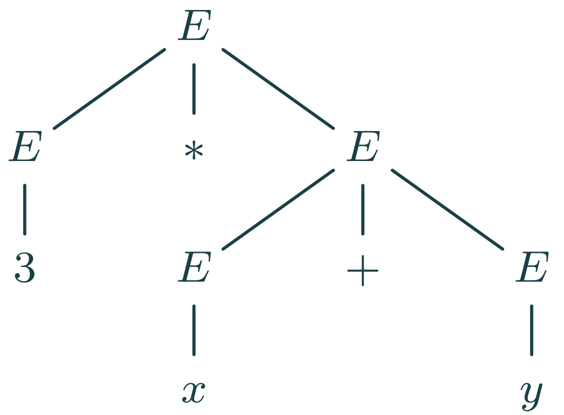
Langage parenthésé

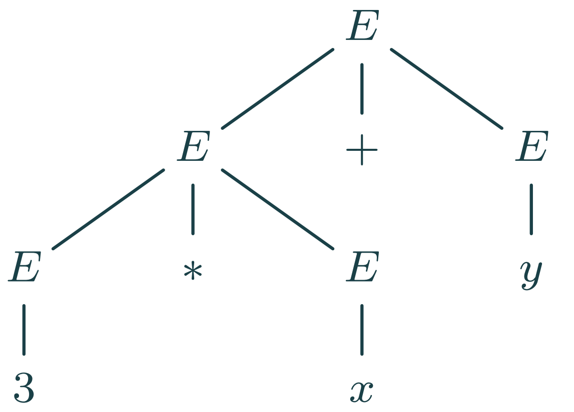
Une grammaire est ambigue si elle génère plus d'un arbre syntaxique pour un même mot reconnu.

Exercice 2 Trouver une grammaire non ambigue générant le langage parenthésé précédent.

Arbre syntaxique (3/5)

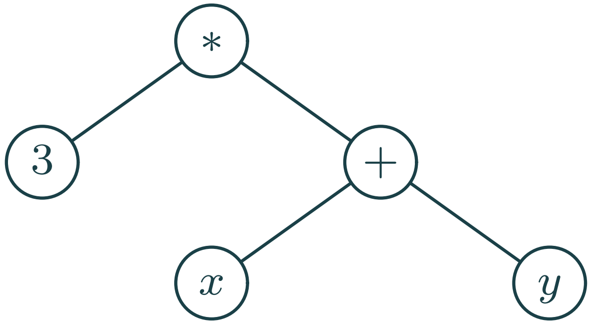
Mot $3 * x + y$ Grammaire Expressions arithmétiques 1

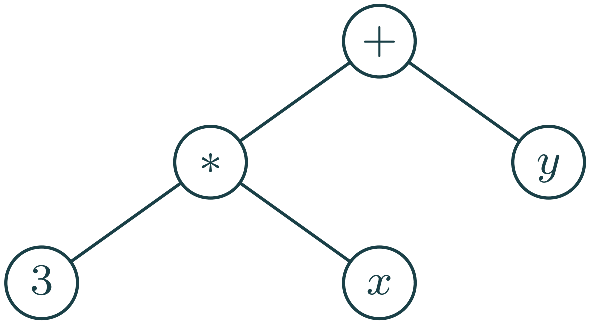




Grammaire ambigue, car deux arbres syntaxiques pour $3 * x + y$

$\Rightarrow$ deux ASAs pour $3 * x + y$



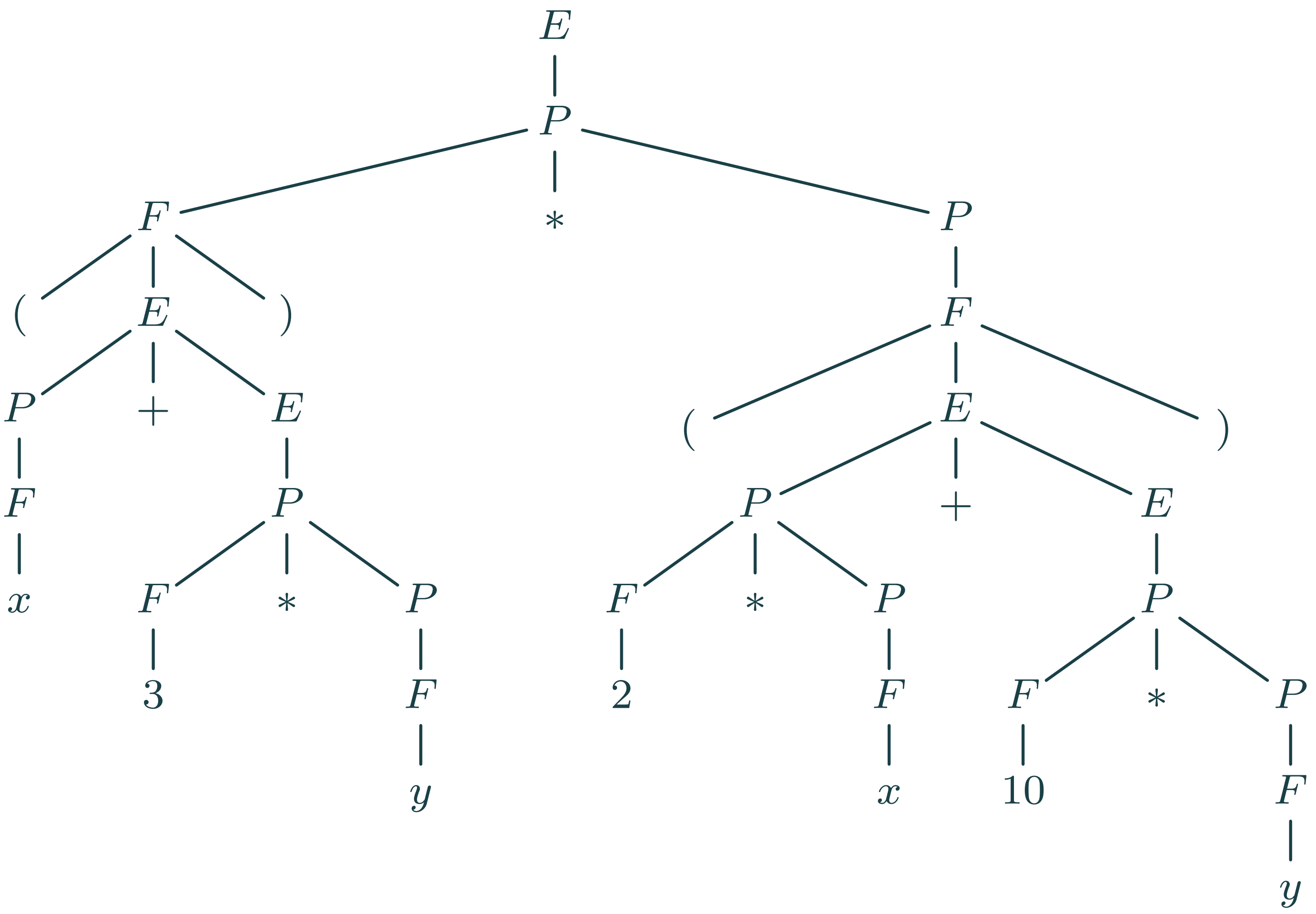


Arbre syntaxique (4/5)

Mot $(x + 3 * y) * (2 * x + 10 * y)$ Expressions arithmétiques 2

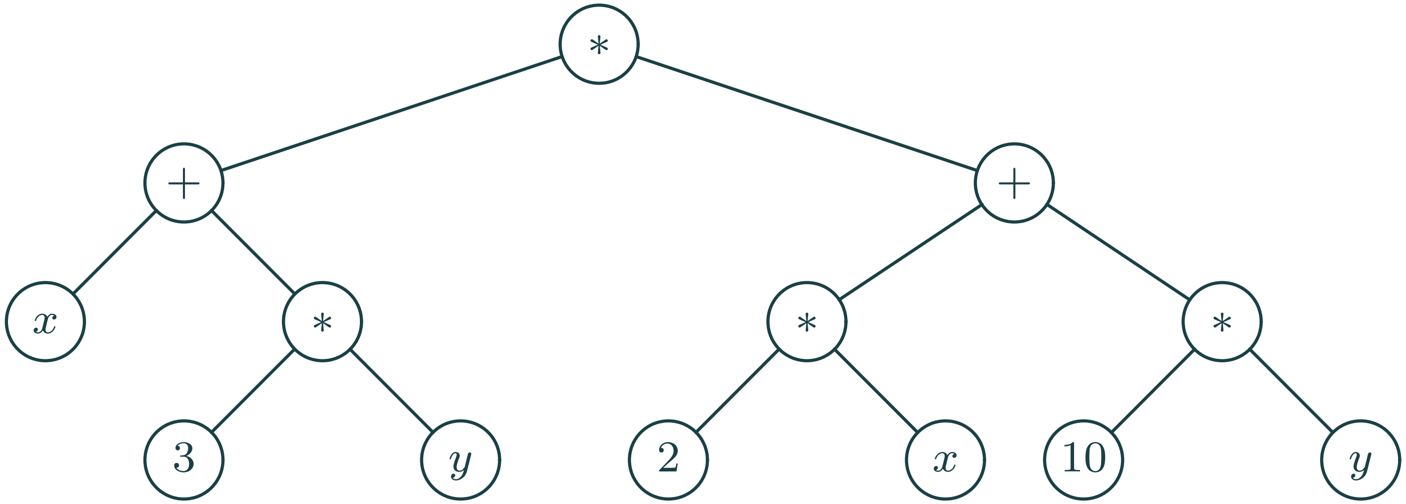
$E \longrightarrow P$ **+** E $\quad E \longrightarrow P$ **-** E $\quad E \longrightarrow P \quad P \longrightarrow F$ ***** $P \quad P \longrightarrow F$ **/** P

$P \longrightarrow F \quad F \longrightarrow id \quad F \longrightarrow nb \quad F \longrightarrow$ **(** E **)**



Arbre syntaxique (5/5)

ASA associé à $(x + 3 * y) * (2 * x + 10 * y)$



Exercice 3 Dans les quatre grammaires précédentes, donner les grammaires non ambigues. Démontrer le !

Grammaires BNF (Backus-Naur Form) (1/2)

La syntaxe des langages de programmation est aussi décrite par une grammaire formelle. Les nombreuses variables non-terminales sont décrites par des identificateurs. Il y a souvent des raccourcis pour simplifier la notation. Un bout de la BNF de Java :

ForStatement:

    for (ForInit$_{opt}$; Expression$_{opt}$; ForUpdate$_{opt}$)
        Statement

ForInit:

    StatementExpressionList
    LocalVariableDeclaration

ForUpdate:

    StatementExpressionList

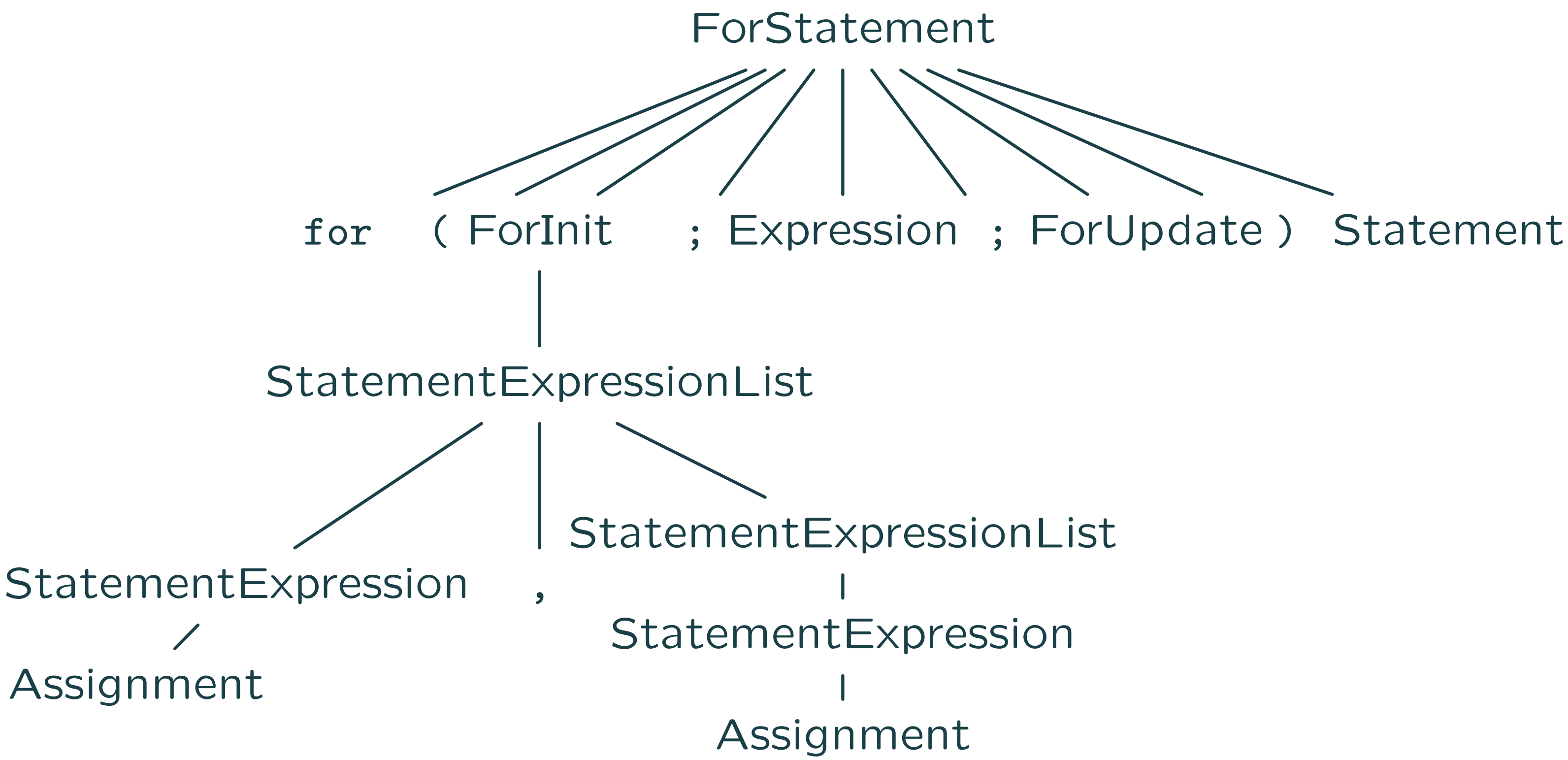
StatementExpressionList:

    StatementExpression
    StatementExpressionList , StatementExpression

```
StatementExpression:
        Assignment
        PreIncrementExpression
        PreDecrementExpression
        PostIncrementExpression
        PostDecrementExpression
        MethodInvocation
        ClassInstanceCreationExpression

AssignmentExpression:
        ConditionalExpression
        Assignment

Assignment:
        LeftHandSide AssignmentOperator AssignmentExpression

LeftHandSide:
        Name
        FieldAccess
        ArrayAccess

AssignmentOperator: one of
        = *= /= %= += -= <<= >>= >>>= &= ^= |=
```

Grammaires BNF (Backus-Naur Form) (2/2)

```
for (x = 1, y = 3; x < 100; ++x, ++y) {
   Statement
}
```



Parfois, on écrit les BNFs avec des diagrammes en chemin de fer.

Analyse syntaxique

Donnés : grammaire G et un mot w
But : $w \in L(G)$? Si oui, construire l'ASA de w.

2 grandes méthodes :

- analyse descendante. On part de S pour atteindre w.
- analyse ascendante. On part de w pour atteindre S.

déterministes (sans *backtracking*) pour des grammaires spéciales :

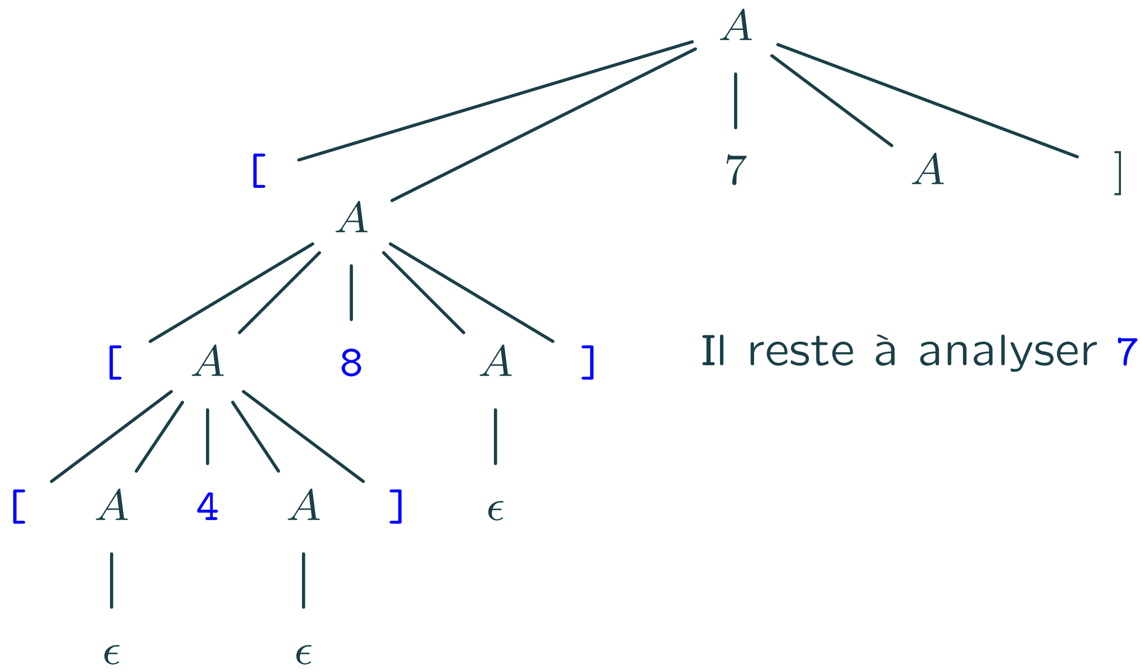
- grammaires $LL(k)$ pour analyse descendante
  `javacc` ou Pascal `[Wirth, 71]`
- grammaires $LR(k)$ pour analyse ascendante
  `yacc` `[S. Johnson, 73]`

Ici on verra l'analyse récursive descendante pour les grammaires $LL(1)$.

Méthode récursive descendante (1/4)

Mot `[[[4]8]7[[10]9[11]]]`

On part de l'axiome A en choisissant l'une des 2 règles de production en fonction du premier lexème (terminal) de la chaîne d'entrée.



Il reste à analyser `7[[10]9[11]]]`

A la fin, on obtient l'arbre syntaxique de la planche 15. Animation 1

Méthode récursive descendante (2/4)

Le lexème courant dans la variable globale `lc`.

```
static Lexeme lc;
static void avancer() {lc = Lexeme.suivant(); }

static Arbre lireArbre () {
  if (lc.nature == Lexeme.L_CroG) {
    avancer(); Arbre a = lireArbre();
    if (lc.nature == Lexeme.L_Nombre) {
      int x = lc.val;
      avancer(); Arbre b = lireArbre();
      if (lc.nature == Lexeme.L_CroD) {
        avancer(); return new Arbre (x, a, b);
      } else
        throw new Error ("Erreur de syntaxe. Il manque \"]\".");
    } else
      throw new Error ("Erreur de syntaxe. Il manque un nombre.");
  else
    return null;
  }
}
```

Méthode récursive descendante (3/4)

Le lexème courant dans la variable globale `lc`.

```
static Lexeme lc;
static void avancer() {lc = Lexeme.suivant(); }

static Terme expression() {
  Terme t = produit(); switch (lc.nature) {
  case Lexeme.L_Plus: avancer(); return new Terme (ADD, t, expression());
  case Lexeme.L_Moins: avancer(); return new Terme (MINUS, t, expression());
  default: return t;
 }
}
```

- Une fonction (récursive) par variable non terminale.
- Au début, on appelle la fonction correspondant à l'axiome.

Méthode récursive descendante (4/4)

```
static Terme produit() {
  Terme t = facteur(); switch (lc.nature) {
  case Lexeme.L_Mul: avancer(); return new Terme (MUL, t, produit());
  case Lexeme.L_Div: avancer(); return new Terme (DIV, t, produit());
  default: return t;
 }
}

static Terme facteur() {
  Terme t; switch (lc.nature) {
  case Lexeme.L_ParG: avancer(); t = expression();
    if (lc.nature != Lexeme.L_ParD) throw new Error ("Il manque ')'");
    break;
  case Lexeme.L_Nombre: t = new Terme (lc.val); break;
  case Lexeme.L_Id: t = new Terme (lc.nom); break;
  default: throw new Error ("Erreur de syntaxe");
  }
  avancer();
  return t;
}
```

On décide toujours avec pas plus d'un caractère d'avance $LL(1)$.

Opérations sur les ASAs

- belle impression (*pretty-print*), i.e. sans parenthèses superflues.
- interprétation (évaluation d'expressions arithmétiques ou booléennes)
- calcul formel (dérivation formelle, intégration, etc.)
- compilation (génération de code)
- transformations (passer en notation polonaise postfixe ou préfixe).
- analyses statiques (vérifier l'absence de débordements flottants dans le logiciel embarqué d'Ariane 5 avant son exécution)

Evaluation d'expressions arithmétiques

Données : t terme, e table des valeurs des variables.

But : calcul la valeur du terme t dans l'environnement e.

```
static int evaluer(Terme t, Environnement e) {
  switch (t.nature) {
  case ADD: return evaluer(t.a1, e) + evaluer(t.a2, e);
  case SUB: return evaluer(t.a1, e) - evaluer(t.a2, e);
  case MUL: return evaluer(t.a1, e) * evaluer(t.a2, e);
  case DIV: return evaluer(t.a1, e) / evaluer(t.a2, e);
  case CONST: return t.val;
  case VAR: return valeurDe(t.nom, e);
  default: throw new Error ("Erreur dans evaluation");
  }
}

static int valeurDe(String s, Environnement e) {
  if (e == null) throw new Error ("Variable non définie");
  if (e.nom.equals(s)) return e.val;
  else return valeurDe(s, e.suivant);
}
```

Dérivation

Données : t terme, x nom de variable.

But : calcul la dérivée du terme t par rapport à x.

```
static int deriver(Terme t, String x) {
  switch (t.nature) {
  case ADD: return new Terme(ADD, deriver(t.a1, x), deriver(t.a2, x));
  case SUB: return new Terme(SUB, deriver(t.a1, x), deriver(t.a2, x));
  case MUL: return new Terme(ADD,
        new Terme(MUL, deriver(t.a1, x), t.a2),
        new Terme(MUL, t.a1, deriver(t.a2, x)));
  case DIV: return new Terme(DIV,
        new Terme(SUB,
              new Terme(MUL, deriver(t.a1, x), t.a2),
              new Terme(MUL, t.a1, deriver(t.a2, x))),
        new Terme(MUL, t.a2, t.a2);
  case CONST: return new Terme(CONST, 0);
  case VAR: if (t.nom.equals (x)) return new Terme(CONST, 1)
            else return new Terme(CONST, 0);
  }
}
```

Remarque : le résultat peut être un *dag* (dû au partage de sous-termes)

Belle impression

```
static void impExp (Terme t) {
  switch (t.nature) {
  case ADD: impProd(t.a1); System.out.print("+"); impExp(t.a2); break;
  case SUB: impProd(t.a1); System.out.print("-"); impExp(t.a2); break;
  default: impProd(t);
  }
}

static void impProd (Terme t) {
  switch (t.nature) {
  case MUL: impFact(t.a1); System.out.print("*"); impProd(t.a2); break;
  case DIV: impFact(t.a1); System.out.print("/"); impProd(t.a2); break;
  default: impFact(t);
  }
}

static void impFact (Terme t) {
  switch (t.nature) {
  case CONST: System.out.print(t.val); break;
  case VAR: System.out.print(t.nom); break;
  default: System.out.print("("); impExp(t); System.out.print(")"); break;
  }
}
```

Belle symétrie par rapport à l'analyse syntaxique (opération inverse).

Opérateurs non associatifs

La méthode récursive descendante parenthèse mal les opérateurs non associatifs.

$x + y + z$	analysé comme	$x + (y + z)$
$x - y - z$		$x - (y - z)$

Pour revenir au parenthésage naturel, implicitement à gauche, il faut transformer la grammaire en :

$$
\begin{array}{lll}
E \longrightarrow E \texttt{ + } P & E \longrightarrow E \texttt{ - } P & E \longrightarrow P \\
P \longrightarrow P \texttt{ * } F & P \longrightarrow P \texttt{ / } F & P \longrightarrow F \\
F \longrightarrow id & F \longrightarrow nb & F \longrightarrow \texttt{(} E \texttt{)}
\end{array}
$$

Impossible à analyser en récursif descendant (récursivité gauche dans la grammaire), puisque $E \longrightarrow^* Eu$.

Avec des expressions régulières, on écrit la grammaire comme

$$
\begin{array}{lll}
E \longrightarrow P \,(\texttt{ + } P)^* & E \longrightarrow P \,(\texttt{ - } P)^* & \\
P \longrightarrow F \,(\texttt{ * } F)^* & P \longrightarrow P \,(\texttt{ / } F)^* & \\
F \longrightarrow id & F \longrightarrow nb & F \longrightarrow \texttt{(} E \texttt{)}
\end{array}
$$

et on utilise un while dans la programmation.

Analyse syntaxique

- théorie des langages formels [Chomsky, Schutzenberger, 1960]
- analyse syntaxique [Aho, Sethi, Ullman, 1980]
- compilation [Appel], [Caml, Ocaml, ...Leroy]

- analyse de langues naturelles

Les grammaires formelles $\Rightarrow$ Automates et Calculabilité en majeure M1 ;

les analyseurs syntaxiques $\Rightarrow$ Compilation en majeure M2.

Exercices

Exercice 4 Programmer la belle impression.

Exercice 5 Essayer d'imaginer ce que pourrait être l'analyse ascendante.

Exercice 6 Trouver une solution grammaticale LL(1) pour l'analyse syntaxique des opérateurs non associatifs.

Exercice 7 Donner des exemples où l'analyse descendante a des difficultés, mais pas une analyse ascendante.

Exercice 8 Faire une calculette logique

Exercice 9 Faire une calculette Texas Instrument (sans notation polonaise).